

## 1 ДӘРІС

### 1. КОНВЕКТИВТІК ЖЫЛУАЛМАСУДЫҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРІ

*Конвективтік жылуалмасу процестерінің негізгі ұғымдары және анықтамалары. Сұйықтардың физикалық қасиеттері. Гидродинамикалық және жылулық шекаралық қабаттар. Сығылмайтын сұйыққа арналған конвективтік жылуалмасудың дифференциалдық теңдеулері.*

#### 1.1. Конвективтік жылуалмасу процестерінің негізгі ұғымдары және анықтамалары

Конвективтік жылуалмасу ұғымы сұйықтың немесе газдың қозғалысы кезіндегі жылуалмасу процесін қамтиды. Бұл ретте жылуды тасымалдау бір мезгілде конвекциямен және жылу өткізгіштікпен жүзеге асырылады. Жылу конвекциясы әрдайым жылу өткізгіштікпен бірге жүреді, себебі сұйықтың немесе газдың қозғалысы кезінде әр түрлі температураға ие жеке бөлшектердің жанасулары даусыз.

Сұйықтың немесе газдың ағыны мен қатты дененің үстіңгі бетінің арасындағы конвективтік жылуалмасу конвективтік жылу беру деп аталады. Әдетте инженерлік есептеулерде жылу беруді анықтайды, сұйық ортаның ішіндегі конвективтік жылуалмасуды білу бұл ретте жанама мүддені ұсынуы мүмкін, себебі сұйықтың ішіндегі жылуды тасымалдау жылу беруді көрсетеді. Жылудың нәтижелік ағыны әрдайым температураны азайту жағына бағытталған.

Тәжірибелік есептеулер кезінде Ньютон-Рихман заңы пайдаланылады:

$$Q = \alpha \cdot (t_k - t_c) \cdot F.$$

Ньютон-Рихман заңына сәйкес сұйықтың қабырғаға немесе қабырғадан сұйыққа жылу ағыны жылуалмасу бетіне және қабырға мен қоршаған ортаның үстіңгі бетінің температураларының әр түрлілігіне (температуралық қысымына) пропорционал болады.

Бұл теңдеудегі пропорционалдылық коэффициенті жылу беру коэффициенті деп аталады және жылуалмасу үстіңгі беті бойынша айнымалы болуы мүмкін. Мұнда  $dF$  үстіңгі бет элементі үшін

$$\alpha \equiv \frac{dQ}{(t_k - t_c) \cdot dF} = \frac{q}{t_k - t_c}. \quad (1.1)$$

Бұл тепе-теңдікті жылу беру коэффициентінің анықтамасы ретінде қарастыру керек. Осылайша, жылу беру коэффициенті қабырға мен сұйықтық арасындағы температураның айырмасына жатқызылған дененің бетіндегі жылу ағынының тығыздығы болып табылады және бірлікке тең температуралық қысым кезіндегі жылу ағынының тығыздығына сандық тең.

Жылу беру – күрделі процесс, нақты шарттары факторлардың үлкен санына тәуелді болатын жылу беру коэффициентімен есепке алынады. Жалпы жағдайда ол дененің түрі мен мөлшеріне, қозғалыс режиміне, сұйықтың жылдамдығы мен температурасына, оның физикалық параметрлеріне тәуелді болады. Сұйықтың қозғалысының туындау табиғатына байланысты жылу беру процесі әр түрлі өтеді.

Мәжбүрлі және табиғи конвекция ажыратылады. Бірінші жағдайда, сұйық немесе газ бұл процесс үшін сыртқы күштердің есебінен (сорғы, желдеткіш, жел), екінші жағдайда, сұйықтың жылытылған немесе суық бөлшектері тығыздығының әр түрлілігі есебінен қозғалады. Еркін немесе табиғи қозғалыстың туындауы және қарқындылығы толығымен процестің жылу жағдайымен анықталады және процесс өтетін сұйықтың, температуралардың әр түрлілігі мен кеңістіктің көлеміне тәуелді болады.

Еркін қозғалыс айнымалы тығыздықпен сұйықта (газда) пайда болуы мүмкін, әдетте тек сұйық массалық күш жолында болады (мысалы, жердің тартылыс күші өрісінде). Әрі

қарай, негізінен, басқа массалық күштің болмауы кезінде нөлге тең емес ауырлық күшін жеделдетудің белгіленген шамасы кезінде гравитациялық еркін конвекция қарастырылатын болады.

Мәжбүрлі қозғалыс еркін қозғалыспен бірге жүруі мүмкін. Оның салыстырмалы әсері сұйық ортаның жеке бөлшектері температураларының айырмашылығы көп және мәжбүрлі қозғалыстың жылдамдығы аз болған сайын жоғары болады.

Әрі қарай тек ағу және жылу берудің стационарлық процестері ғана қарастырылатын болады. Стационарлық шарты – сұйықтың кез келген нүктесіндегі жылдамдық пен температураның уақыттағы өзгермейтіндігі.

## 1.2. Сұйықтардың физикалық қасиеттері

Қазіргі уақытта сұйық жылу тасығыштар ретінде әр түрлі заттарды пайдаланады: ауаны, көмір қышқыл және басқа газдарды, суды, майды, мұнайды, бензолды, спиртті, сұйық металдарды, әр түрлі еріткіштерді, т.б. Бұл заттардың физикалық қасиеттеріне байланысты жылу беру процесі әр түрлі және ерекше өтеді. Әсіресе жылу беруге келесі физикалық параметрлер үлкен әсер етеді: жылу өткізгіштік коэффициенті  $\lambda$ , меншікті жылу сыйымдылығы  $c$ , тығыздық  $\rho$ , температура өткізгіштік коэффициенті  $a$  және тұтқырлық коэффициенті  $\mu$ . Әрбір зат үшін бұл параметрлер белгілі бір мағынаға ие және әдетте температура функциясы, ал кейбіреулері қысым болып табылады.

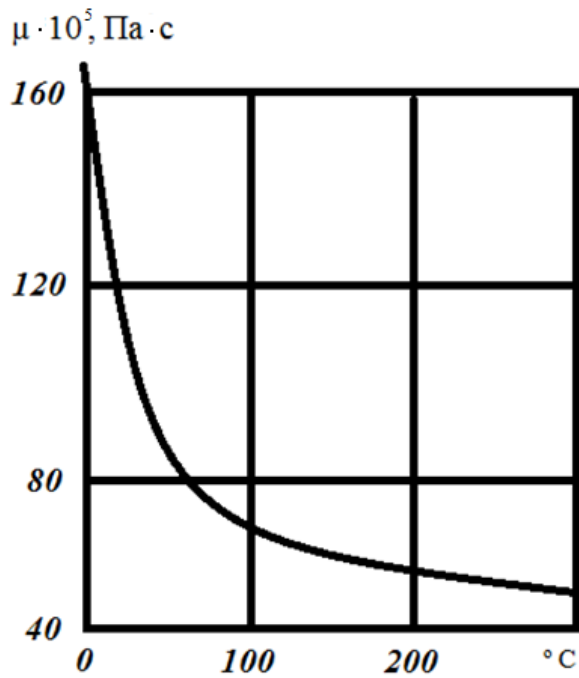
$\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $a$  мәндері жылу өткізгіштікті қарастыру кезінде пайдаланылған. Конвективтік жылуалмасу мақсаттарында тұтқырлық та жоғары мәнге ие болады. Барлық нақты сұйықтар әр түрлі жылдамдықтармен қозғалатын бөлшектері мен қабаттарының арасында тұтқырлыққа ие, әрдайым қозғалысқа қарсы әрекет ететін ішкі үйкеліс күші туындайды. Ньютон заңына сәйкес, бұл жанама күш (беттік бірлікке жатқызылған), ол ағынның, ағын бойынша бағдарланған жазықтық ағынының кез келген нүктесінде әрекет етеді, ағыс бойынша бағытталған нормальдың бағытында жылдамдықтың өзгеруіне пропорционал:

$s = \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial n}$ . Пропорционалдылық коэффициенті  $\mu$  динамикалық тұтқырлық немесе жай тұтқырлық коэффициенті деп аталады. Бірлікке тең жылдамдық градиентінде ол сандық тұрғыдан жанама күшке тең.

Гидродинамика және жылу беру теңдеулеріне жиі кинематикалық тұтқырлық  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  деп аталатын тұтқырлық және тығыздық қатынасы кіреді. Динамикалық және кинематикалық тұтқырлық коэффициенттері физикалық параметрлер болып табылады, олар елеулі түрде температураға тәуелді болады.

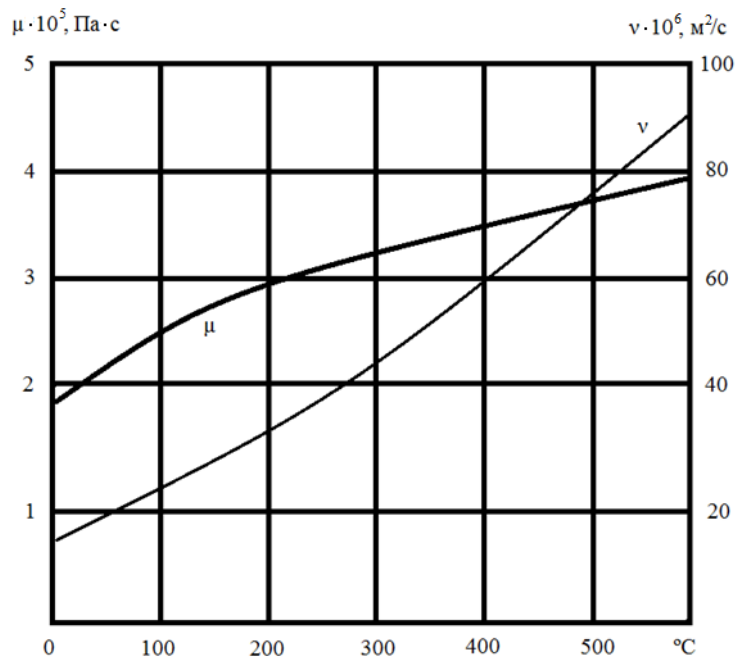
Тамшылық сұйықтарда тұтқырлық қысымға тәуелді болмайды, алайда температура көтерілген кезде елеулі азайтылады. Тамшылық сұйықтар үшін  $\mu = f(t)$  функциясының типтік сипаты 1.1-суретте (су үшін) көрсетілген. Газдарда тұтқырлық температура көтерілген кезде артады (1.2-сурет) (атмосфералық қысым кезінде ауа үшін).

Қысымды көтеру кезінде газдардың тұтқырлық коэффициенті де артады, бірақ соншалықты елеулі емес. Қысымға тәуелділік әр түрлі газдар үшін әр түрлі болады. Ауа үшін қысымды 1-ден 50 барға дейін арттыру тұтқырлықты шамамен 5 % арттыруға әкеледі. Атмо-сфералықтан төмен қысым кезінде газдардың тұтқырлығы қысымға тәуелді бола бастайды (қысымды төмендету кезінде төмендейді), ал газ ағатын беттер арасындағы қашықтық бір ретте болады немесе қысымды азайтумен артатын молекулалардың еркін қозғалысының орташа ұзындығынан аз болады.



1.1-сурет. Су үшін  $\mu = f(t)$  функциясы

Тамшылық сұйықтардың кинематикалық тұтқырлығы динамикалық тұтқырлыққа пропорционал болады, себебі олардың тығыздығы температураға әлсіз тәуелді болады. Керісінше, газдарда тұтқырлықтың кинематикалық коэффициенті қатты өседі, себебі температураның өсуімен олардың тығыздығы түседі (1.2-суретті қараңыз).



1.2-сурет. Ауа үшін  $\mu = f(t)$  функциясы

Сұйықтың немесе тұтқырлық пен газдың ағуы кезінде ішкі үйкелістің болуы энергияның диссипациясына (шашырауына) әкеледі. Механикалық энергияның бір бөлігі жылулыққа ауысады және сұйықты жылытуды тудырады. Егер сұйықтың тұтқырлығы немесе оның жылдамдығы шағын болса, онда жылыту елеусіз. Әрі қарай біз үйкеліс жылуын елеуге болатын процестерді қарастырамыз.

Жылу беруге сұйықтың сығылғыштығы әсер етеді. Изотермиялық сығылғыштық немесе тұрақты температура кезінде дененің сығылу коэффициенті қысымның бірлікке өзгеруі кезінде меншікті көлемнің қатысты өзгеруін білдіретін оң мәнді  $\varepsilon_t = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{t=const}$

атайды.

Тамшылық сұйықтар үшін сығылғыштық шағын болады, мысалы, су үшін  $\varepsilon_t \cong -1/20000 \text{ бар}^{-1}$ , яғни қысымды бірлікке көтеру көлемді 1 / 20000 қатысты өзгертуді тудырады. Ауа үшін қалыпты күйде  $\varepsilon_t \cong 1 \text{ бар}^{-1}$ . Басқа газдар үшін ұқсас. Дегенмен сұйықтарды (оның ішінде газдарды) сығылмайтындар ретінде қарастыратын боламыз. Шартты шегі ретінде, егер Мах саны  $M < 0,25$  болса, онда сұйық сығылмайтын болып саналады.

Конвективтік жылуалмасуға сұйықтың жылулық кеңеюі әсер етеді, ол температураны бір градусқа өзгерту кезінде меншікті көлемін қатысты өзгертуді білдіретін

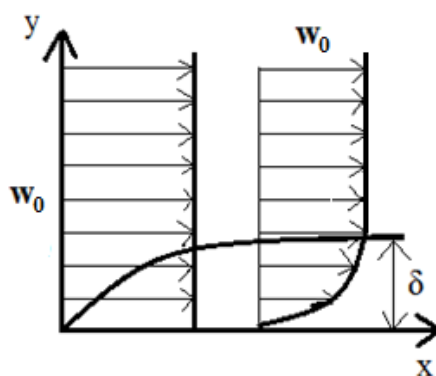
$$\beta = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_{p=const} \quad \text{теңдеуімен} \quad \text{анықталатын} \quad \text{көлемді}$$

кеңейтудің температуралық коэффициентімен сипатталады. Сұйықтарға жылулық кеңейту аз болады, кейбіреуіне, мысалы, суға 4 °C аз температура кезінде теріс болады. Идеал газ үшін  $\beta = \frac{1}{T}$ . Біркелкі емес жылытылған сұйықта жылудың кеңейту салдарынан тығыздықтың біркелкі емес өрісі пайда болады, бұл соңғы нәтижесінде еркін қозғалысқа әкелуі мүмкін.

### 1.3. Гидродинамикалық және жылулық шекаралық қабаттар

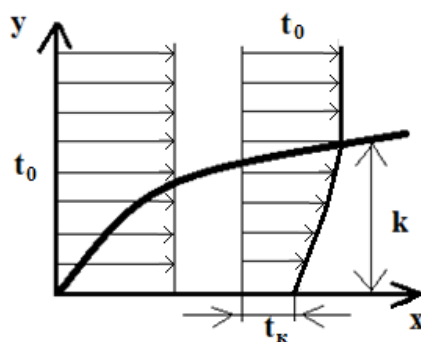
Сұйықтың шексіз ағынымен дене бетінің бойлап орай ағуын қарастырамыз. Шоғырланған ағынның жылдамдығы мен температурасы тұрақты әрі  $w_0$  және  $t_0$  тең болады. Дене бетінде сұйықтың бөлшектері оған жабысады. Нәтижесінде пластина айналасының аумағында тұтқырлық күші әсерінің салдарынан әлсіз тежелген сұйықтың жұқа қабаты түзіледі, оның шегінде жылдамдық дене бетінде нөлден ұйытқымаған ағынның жылдамдығына дейін (денеден алыста) өзгереді, ол гидродинамикалық шекаралық қабат деп аталады (1.3-сурет). Бұл ұғым алғаш рет 1904 жылы Л. Прандтльмен енгізілген. Дененің алдыңғы жиегінен есептелетін  $x$  координатын арттырумен, гидродинамикалық шекаралық қабаттың қалыңдығы  $\delta$  артады. Шекаралық қабаттың ішіндегі сұйықтың ағуы үшін  $\partial w / \partial y \neq 0$ , шекаралық қабаттан тыс және оның ішкі шекарасында  $-\partial w / \partial y = 0$ ,  $w = w_0$ . Себебі нақты дәл шегі жоқ, шарт ретінде жылдамдықтың 1 % көп емес ерекшелігі саналады.

Шекаралық қабаттағы ағын ламинарлы және турбулентті болуы, алдымен, ламинарлы, содан кейін турбуленттіге ауысуы мүмкін. Ауысу шегі нүкте болып табылмайды, бұл кесік, оған тұрақты емес ауыспалы режим сәйкес келеді. Турбулентті шекаралық қабат үшін қабырға маңы аумағында тұрақты дерлік қалыңдықпен жұқа тұтқыр ламинарлы қабаттың бар болуы сипатты болып табылады, себебі жабысу шарты қабырғадағы жылдамдық пульсациясына жол бермейді.



**1.3-сурет.** Гидродинамикалық шекаралық қабат

Гидродинамикалық шекаралық қабат ұғымына ұқсас Г.Н. Кружиллинмен жылулық шекаралық қабат ұғымы енгізілген (1.4-сурет). Жылулық шекаралық қабат – бұл қабырғадағы сұйық қабаты, оның шегінде температура  $t_0$  бастап  $t_k$  дейін өзгереді.



**1.4-сурет.** Жылулық шекаралық қабат

Жылулық шекаралық қабат ішіндегі аумақ үшін  $\frac{\partial t}{\partial y} \neq 0$ , ал сыртқы шекте  $\frac{\partial t}{\partial y} = 0$  және  $t = t_0$ . Осылайша, сұйықтың температурасының барлық өзгеруі дене бетіне тікелей жанасып жатқан жұқа қабатқа шоғырландырылған.

Жалпы жағдайда гидродинамикалық және температуралық шекаралық қабаттардың қалыңдығы тең емес, қалыңдықтардың арақатысы сұйықтың түріне және беттің пішініне тәуелді болады.

Жылу беретін беттің пішіні мен мөлшері жылу беруге елеулі әсер етеді. Бұл факторларға байланысты беттің орай ағу сипаты күрт өзгеруі, шекаралық қабат басқаша құрылуы мүмкін. Техникада жылыту бетінің жоғары көп түрлілігі бар, бірақ егер тек дененің қарапайым геометриялық пішінін – пешті немесе құбырды алатын болса, онда олардан жылу беретін беттердің көп санын құруға болады.

#### **1.4. Сығылмайтын сұйыққа арналған конвективтік жылуалмасудың дифференциалдық теңдеулері**

*Жылу беру теңдеуі.* Қатты дененің бетінде жылжымайтын сұйықтың жұқа қабаты болса, онда бұл қабат үшін Фурье заңын пайдалануға болады:  $q = -\lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_{n=0}$ . Жылу

қабырғадан сұйыққа жылу беру процесінде беріледі және Ньютон-Рихман заңы әділ болады:  $q = \alpha \cdot \theta_k$ . Стационарлық жағдайда бұл жылу ағындары тең болады, ал жылу беру коэффициенті

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\mathcal{G}_k} \left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (1.2)$$

*Энергия теңдеуі.* Энергияны сақтау заңына негізделген:

$$\frac{D\mathcal{G}}{D\tau} = a \cdot \nabla^2 \mathcal{G}, \quad (1.3)$$

мұндағы  $\frac{D\mathcal{G}}{D\tau} = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} + w_y \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} + w_z \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z}$  – температураның субстанционалды туындысы.

*Қозғалыс теңдеуі.* Ньютонның екінші заңына негізделген:

$$\frac{D\vec{w}}{D\tau} = \vec{g}\beta\mathcal{G} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \cdot \nabla^2 \vec{w}, \quad (1.4)$$

мұндағы  $\frac{Dw_i}{D\tau} = \frac{\partial w_i}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_i}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_i}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_i}{\partial z}$  – жылдамдықтың субстанционалды

туындысы, ал  $\beta = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \mathcal{G}}$  – көлемдік кеңейтудің температуралық коэффициенті, оны

тұрақты мән деп санайтын боламыз (бұл шарт газдар үшін жақсы орындалады және тамшылық сұйықтар үшін нашар).

Қозғалыс теңдеуіне (1.4) тағы да бір белгісіздік мәні – тығыздық кіретіндіктен, теңдеулер жүйесі тұйық болып табылмайды.

*Үзіліссіздік (тұтастық) теңдеуі.* Сығылмайтын сұйықтар үшін массаны сақтау заңына негізделген:

$$\operatorname{div} \vec{w} = 0. \quad (1.5)$$

*Мағыналасық шарттары.* Конвективтік жылуалмасудың алынған дифференциалдық теңдеулері нақты процестердің сансыз көпшілігін сипаттайды. Сансыз көп мөлшерінен қарастырылатын процесті бөліп алу және оны бір мағыналы анықтау үшін дифференциалдық теңдеулер жүйесіне шеттік шарттарды (немесе бір мағыналық шартын) қосу қажет.